工学基礎実験実習
～レポート作成技術2～

岡山大学工学部情報系学科
後藤　佑介

前回までのまとめ

- レポート作成文書の作成方法を学習
  - 一般的な論文，技術文書の書き方に沿った文章の作成方法の練習
  - 数値計算方法であるNewton 法を例にして学んだ.

- レポート提出
  - よくできていた.
  - 共通の修正点がいくつか見受けられた.

レポート提出情報(第2回)

- レポート作成課題
  - 先週の課題は，$f(x) = x(x + 1)(x - 1)$ をニュートン法で解く実験に関するレポートであった．
  - 今週は，このレポートで用いた数式を異なる数式，例えば $f(x) = x(x + 2)(x - 2)$ などに変え，その数式にニュートン法を適用した場合の実験を電卓等で行う．
  - その実験結果を使って同様のレポートを作成する．その際，できる限り自分の言葉で文章を作成する．
- 提出期限：来週火曜日の午後1時まで
- 提出先：Webclass 上の本授業ページ

  https://webclass.el.okayama-u.ac.jp/

今日やること

- レポート作成の続き
  - 修正箇所への対応
  - 考察の充実
    - ニュートン法の特徴についてもっと調べてみる.
    - ニュートン法以外の求根アルゴリズム調査（二分法など）
      - 求根アルゴリズム：与えられた関数f について, $f(x) = 0$ を満たす根 x を得るための数値解法，もしくはアルゴリズム
- 発展課題への取り組み
  - 別の関数でニュートン法を実行した場合（例）$f(x) = x(x + 2)(x - 2)$ ：電卓コマンドで確認
  - ニュートン法の結果が発散/振動する場合の考察
    - 初期値 x から動かない，解が無限ループ，$f(x)$ が複雑
  - ニュートン法以外のアルゴリズムとの比較

レポートの評価と注意事項

- レポートの評価
  - 課題の達成度
  - レポートの書き方(結果のみではなく，工夫した点の説明や，考察を述べることが望ましい)
  - 適切な参考文献や参考サイトを¥citeで引用することで，「はじめに」のsectionの書き方を工夫すること.
- レポート作成上の注意
  - レポートの表紙には，レポートタイトル，氏名，学生番号，およびレポート提出日を記述すること.
  - 期日に間に合わなかったレポートは大いに減点するので注意すること

LaTeXの記述における修正点

¥footnoteの書き方

- 脚注：入れたい文中の部分に挿入
- ``1''と直接入力しない.

多くの科学技術の問題は，方程式$f(x) = 0$を解くという形に置き換えることができる．$f(x) = 0$ が簡単な数式の場合は，代数的に解を求めることができる¥footnote{例えば，2次方程式$f(x)=ax^2+bx+c=0$の解は，$x=(-b¥pm¥sqrt{b^2-4ac})/2a$}．しかし，一般には，代数的に解が求まる可能性は小さい．このような場合，$f(x) = 0$ を数値解法で解くことになる．

（修正）式

（修正）句点挿入

参考文献の書き方

- ``図??''となっている学生が多かった.
- ``[1]''と直接入力しない.
- 対処
  - platexコマンドを3回以上実行する.
  - ¥cite内の名前を参考文献の¥bibitemと一致させる.

```
ニュートン法は，以下の計算を繰り返すことで方程式
$f(x)=0$の解$x$を求める方法である~¥cite{newton}.
```

```
¥begin{thebibliography}{99}
¥bibitem{kn:suutikeisan} 著者1，著者2，``数値計算の基礎
''，出版社名，(2007)
¥bibitem{newton}
http://mathworld.wolfram.com/NewtonsMethod.html
¥end{thebibliography}
```

¥captionの書き方

- 図の説明文やソースコードの部分をすべて図にしたため，ファイルサイズが大きくなった学生がいた．
  - 図は中央に表示，説明文は¥captionで記載

```
¥begin{figure}[t]
¥begin{center}
¥includegraphics[scale=0.9,clip]{newton.eps}
¥end{center}
¥caption{ニュートン法の幾何学的解釈}
¥label{fig1}
¥end{figure}
```

```
この数式の幾何学的解釈を図¥ref{fig1}に示す．
```

¥vervatim環境の書き方

- ソースコードの表示：¥begin{vervatim}環境

```
¥begin{figure}[t]
¥begin{center}
¥begin{verbatim}
#bc –l
bc 1.06
…
1.00000000000000000001
¥end{verbatim}
¥end{center}
¥caption{実験結果1}
¥label{fig2}
¥end{figure}
```

省略記号(ドット)の書き方

- ¥cdots(横中三点), ¥vdots(縦中三点)などを利用

```
¥begin{table}[t]
¥begin{center}
¥caption{様々な初期値からのニュートン法の反復結果¥label{tab1}}
~¥¥
¥begin{tabular}{c|c}
¥hline
   初期値 & 5回反復後の値¥¥
¥hline
  0.1 & 0 ¥¥
  ¥vdots & ¥vdots ¥¥
  0.4 & 0 ¥¥
…
 0.9 & 1.00000000000000000001¥¥
¥hline
¥end{tabular}
¥end{center}
¥end{table}
```

章構成

- 章が長くなる場合は, ¥subsection, ¥subsubsection, あるいは ¥itemize で細分化する.

```
¥section{Evaluation}¥label{Evaluation}
¥subsection{Available bandwidth}
¥subsubsection{Playing time}
```

1. Evaluation
1.1 Available bandwidth
1.1.1 Playing time

```
¥begin{itemize}
¥item  After finishing the broadcasting program, the server uses
its available bandwidth for the other program on the air.
¥end{itemize}
```

・After finishing the broadcasting program, the server uses its available bandwidth for the other program on the air.

その他

- サンプルをもとにちゃんと編集(追記)しよう.
- 半角，全角の取り扱い（特に句読点）
  - 「あった.(半角句点)」,「例えば,(半角読点)」
- 文と文の間に無意味な空白を入れない.
  - 「ということである．　さらに，」（全角スペースは反映される．）

レポート用グラフ作成ツール：gnuplot

レポート用グラフ作成ツール：gnuplot

- 詳細は「gnuplotの使い方」で.
- ニュートン法：2次元表示のコマンドまで理解すればよい.

- plot “sample5.dat” using 1:2:3 with yerrorbars
  - using (Xの値):(Yの値):(Yの範囲)

- test.plt: scriptファイル

```
set xlabel "kaisuu"
set ylabel "kannsuu-ti"
set term postscript eps enhanced
set output "test.eps" plot "data.dat" using 1:2 title "my-legend" with line
```

スクリプトファイルtest.pltの簡単な解説

```
//"data.dat"をプロット,
//1カラム目をx座標, 2カラム目をy座標
//図の題名を"my-legend"として線(lines)で表示
//lines: データ点の間を線で結ぶ
//linepoints: データ点の間を線で結び, かつデータ点自身も明示
plot "data.dat"  using 1:2 title "my-legend" with line

set xlabel "kaisuu"            //x軸名
set ylabel "kannsuu-ti"        //y軸名

//set terminal(term): PS/EPS形式での描画を実行
//eps: EPS形式オプション
//enhanced "Times-Roman" 24:
//デフォルトのフォントとフォントサイズの指定オプション
//color: カラー出力オプション
set term postscript eps enhanced
//印刷用のフォーマットデータを出力先ファイルに保存
set output "test.eps"
replot     //再描画
```

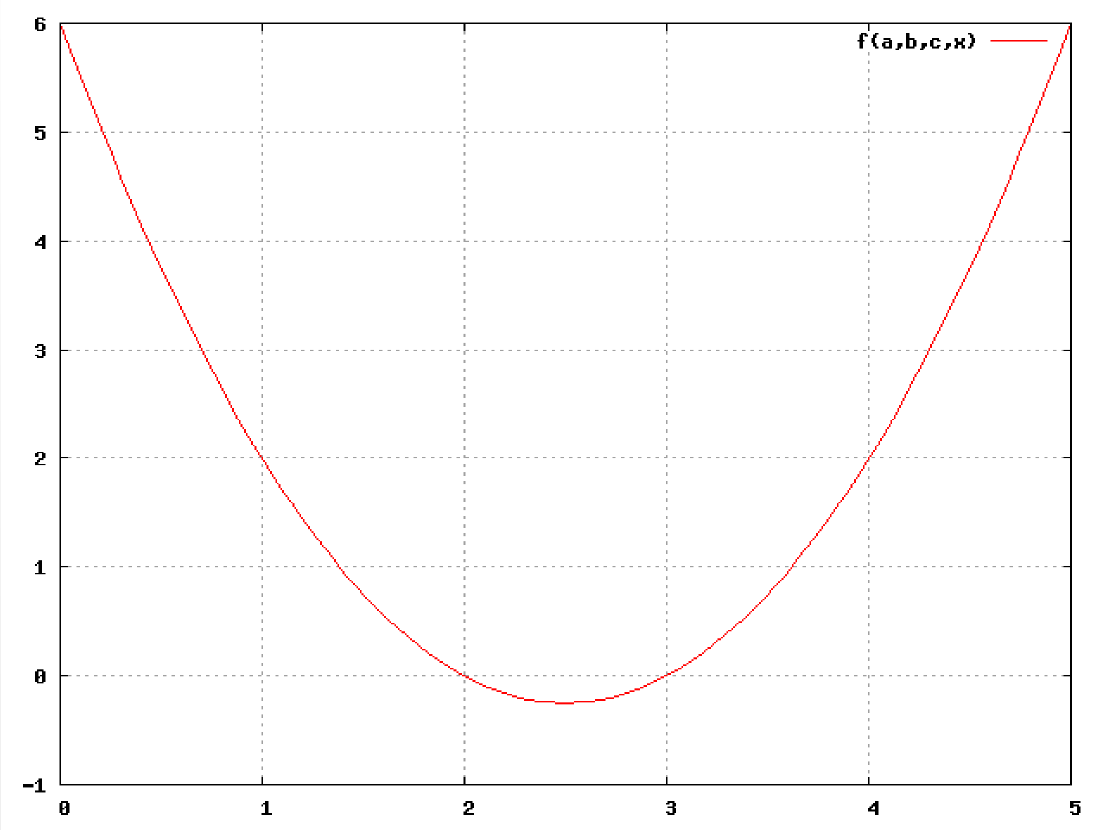
```
//x座標, y座標, z座標
1 10  -7
2 15  -5
3 30  -6
7 10  -1
9 11  0
```

```
gnuplot> set terminal x11 # Windows: set terminal windows
gnuplot> set output //画面に再度表示
```

gnuplotの出力例

- “$f(x) = x^2-5x+6$” をプロットさせる場合

gnuplot> f(a,b,c,x)=a*x**2+b*x+c
gnuplot> a=1
gnuplot> b=-5
gnuplot> c=6
gnuplot> set grid
gnuplot> set xrange[0:5]
gnuplot> plot f(a,b,c,x)



ニュートン法の証明

ニュートン法の証明(1/3)

- $f(x)=0$ の収束値を x^* とすると，ニュートン法の第kステップでの誤差 r_k は，

$$r_k = x_k - x^* \quad \text{--------- (1)}$$

$$\therefore r_{k+1} = x_{k+1} - x^* \quad \text{--------- (2)}$$

【テイラー展開】
変数を x とする関数 f (x) について，x + ⊿x あるいは x－⊿x というように間隔 ⊿x 移動した場合の関数値 f (x + ⊿x) を，既知の関数値 f (x) を使って近似すること.

- r_k を用いて，$f(x)$ を $x = x^*$ の周りでテイラー展開すると，以下のようになる.

$$\begin{aligned} f(x_k) &= f(x^* + r_k) \\ &= f(x^*) + f'(x^*)r_k + \frac{1}{2} f''(x^*) {r_k}^2 + \mathrm{O}({r_k}^3) \\ &\approx f'(x^*)r_k + \frac{1}{2} f''(x^*) {r_k}^2 \quad \text{--------- (3)} \end{aligned}$$

- ここで，$f(x^*)=0$ を用いた.

ニュートン法の証明(2/3)

- 同様にして, $f'(x)$ もテイラー展開すると,

$$
\begin{aligned}
f'(x_k) &= f'(x^* + r_k) \\
&= f'(x^*) + f''(x^*) r_k + \frac{1}{2} f'''(x^*) r_k^{\ 2} + \mathrm{O}(r_k^{\ 3}) \\
&\approx f'(x^*) + f''(x^*) r_k \qquad \text{--------- (4)}
\end{aligned}
$$

- ここで, ニュートン法の反復式

$$
x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)} \qquad \text{--------- (5)}
$$

の両辺から x^* を引くと, (1), (2) 式より,

$$
r_{k+1} = r_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)} \qquad \text{--------- (6)}
$$

となり, これに(3), (4) 式を代入すると, 以下のようになる.

$$
r_{k+1} = r_k - \frac{f'(x^*) r_k + \frac{1}{2} f''(x_k) r_k^{\ 2}}{f'(x^*) + f''(x^*) r_k} \qquad \text{--------- (7)}
$$

ニュートン法の証明(3/3)

- 今，収束値 x^* の十分近くでは，r_k は小さい．
このため，分母の第2項を 0 として計算すると，(7)式は，

$$r_{k+1} = \frac{\cancel{r_k f'(x^*)} - \cancel{f'(x^*) r_k} + \frac{1}{2} f''(x_k) r_k^{\;2}}{f'(x^*)}$$

$$= \frac{1}{2} \frac{f''(x^*)}{f'(x^*)} r_k^{\;2} \quad \text{---------} \ (8)$$

となる．

- 以上より，ニュートン法は2次収束する解法である．

（証明終）