反復式の求め方

- ニュートン法の反復式

$$x_{k+1} := x_k - \frac{f}{f'}\Big|_{x=x_k}$$ -------- (1)

- 例: $f(x) = x\,(x + 3)\,(x - 3)$ の反復式の求め方
  - (1)式に $f(x)$, $f'(x)$ を代入して,

$$x_{k+1} = x_k - \frac{x_k^{\ 3} - 9x_k}{3x_k^{\ 2} - 9}$$

$$= \frac{3x_k^{\ 3} \cancel{-9x_k} - x_k^{\ 3} \cancel{+9x_k}}{3x_k^{\ 2} - 9}$$

$$= -\frac{2x_k^{\ 3}}{3(3 - x_k^{\ 2})}$$

振動条件

- 例: $f(x) = x\,(x + 3)\,(x - 3)$ の x が振動，収束する場合
  - 反復式は下記の通り求めた.

$$x_{k+1} = -\frac{2x_k^{\ 3}}{3(3 - x_k^{\ 2})} \qquad \text{--------- (1)}$$

  - 振動条件: $x_{k+1} = -\,x_k$

$$-x_k = -\frac{2x_k^{\ 3}}{3(3 - x_k^{\ 2})}$$

$$\therefore \frac{-9x_k + 3x_k^{\ 3} + 2x_k^{\ 3}}{3(3 - x_k^{\ 2})} = \frac{x_k(5x_k^{\ 2} - 9)}{3(3 - x_k^{\ 2})} = 0$$

  - 破綻条件:（分母）=0 となる $x = \pm\sqrt{3}$ のとき.
  - 振動条件:（分子）=0 となる $x = \pm\frac{3}{\sqrt{5}}\ \ (x \neq 0)$ のとき.
  - 収束条件: $|x_k| < \frac{3}{\sqrt{5}}$ で 0 に収束する.